

文章编号: 1000-7598 (2009) 04-0865-06

基于系列 Drucker-Prager 破坏准则 评述土坡的稳定性

杨雪强¹, 凌平平², 向胜华³

(1. 广东工业大学 建设学院, 广州 510006; 2. 华中科技大学 武昌分校, 武汉 430068; 3. 河南省煤田地质局资源环境调查中心, 郑州 450000)

摘要: 各种在 π 平面上等效面积的 Drucker-Prager 屈服准则, 如 DP4(Drucker-Prager 与 Mohr-Coulomb 两屈服准则在 π 平面上的投影面积相等)、DP5(Drucker-Prager 与 Matsuoka-Nakai 两屈服准则在 π 平面上的投影面积相等)和 DP6(Drucker-Prager 与 Lade-Duncan 两屈服准则在 π 平面上的投影面积相等)等模型都不同程度地模拟了平面应变条件下土体的破坏强度, 这就是为什么等效面积的 Drucker-Prager 屈服准则在二维土坡稳定分析中被推广应用的原因。结合砂土的真三轴强度破坏试验结果, 从量化角度论证了 DP4 模型求出的土坡安全系数可能会保守一些, 而 DP5 和 DP6 两模型求出的土坡安全系数可能会更真实一些, 能更好地发挥材料的承载潜力, 因而进一步改善了土坡稳定安全系数的计算精度。

关键词: Drucker-Prager 屈服准则; 强度折减有限元法; 土坡稳定; 安全系数

中图分类号: O 319.56

文献标识码: A

Comments on slope stability based on a series of Drucker-Prager failure criteria

YANG Xue-qiang¹, LING Ping-ping², XIANG Sheng-hua²

(1. Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 2. Wuchang Branch, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430068, China; 3. Resources and Environment Investigation Center, Henan Provincial Coalfield Geology Bureau, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: Different equivalent area Drucker-Prager yield criteria on π plane, such as DP4 (meaning projection areas of Drucker-Prager and Mohr-Coulomb yield criteria being equal on π plane), DP5 (meaning projection areas of Drucker-Prager and Matsuoka-Nakai yield criteria being equal on π plane) and DP6 (meaning projection areas of Drucker-Prager and Lade-Duncan yield criteria being equal on π plane) yield criteria, can give a approximately estimation for soil failure strength under plane strain condition, this is why these equivalent area Drucker-Prager yield criteria are widely used in two-dimensional slope stability analyses. Combined true triaxial strength failure tests of sand, it is demonstrated from quantitative point that DP4 yield criterion is conservative for safety factor prediction of slope stability; whereas DP5 and DP6 yield criteria, which will exert soil shear strength more effectively under plane strain status, both give a better safety factor predictions for slope stability analyses, thus computation precision of slope safety factor is further improved by using DP5 and DP6 yield criteria in the end.

Key words: Drucker-Prager yield criterion; strength reduction finite element method; slope stability; safety factor

1 引言

在土坡稳定分析中, 土坡在外荷载和自重作用下失稳破坏时, 塑性区会贯穿整个土坡而形成一个滑裂带, 整个土坡将沿滑裂带滑动。滑裂带以上土体为机动土体, 其有限元结果不会收敛, 有限元强度折减系数法正是基于这一点提出的。

对黏聚力为 c 、内摩擦角为 φ 的土体, 有限元强度折减的安全系数 F_s 表示为

$$\tau' = \frac{\tau}{F_s} = \frac{c}{F_s} + \sigma \frac{\tan \varphi}{F_s} = c' + \sigma \tan \varphi' \quad (1)$$

式中: τ 、 σ 分别为土坡滑裂面上的抗剪强度和法向应力; τ' 、 c' 和 φ' 分别为土体折减后的抗剪强度、黏聚力和内摩擦角。

再将新的参数值 c' 、 φ' 输入, 进行边坡稳定试算。当计算正好收敛时, 即 F_s 稍增大一些计算就不收敛时, 对应的 F_s 称为坡体的最小稳定安全系数。通过不断降低土体抗剪强度参数至到土坡达到极限破坏状态为止, 在求出坡体最小稳定安全系数的同时, 程序自动根据弹塑性有限元计算结果得出滑动破裂面, 从而使土坡稳定分析进入了一个新的时代^[1]。目前国内外这方面的研究成果较多^[1-5], 在此

收稿日期: 2007-11-01

第一作者简介: 杨雪强, 男, 1966年生, 工学博士, 教授, 主要从事岩土类材料的力学特性、边坡稳定和挡土结构土压力等方面的教学与科研工作。
E-mail: xqyfls@126.com

基础上本文结合系列的 Drucker-Prager 屈服准则,对土坡稳定安全系数的计算精度作了进一步地研究。

2 屈服破坏准则及其参数选用

土坡的稳定分析最关心的是力与强度问题,而不是位移的大小,对本构关系的选择不必十分严格,因此在有限元强度折减系数法中可采用理想的弹塑性本构模型。

目前 Mohr-Coulomb 屈服准则在岩土工程中已广泛应用,但该屈服准则在三维主应力空间中的屈服面存在 6 条求导不连续的角棱线,从而给数值计算带来困难。设压应力为正,该屈服准则的数学表达式为

$$\left(\cos\theta_\sigma + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin\theta_\sigma \sin\varphi \right) \sqrt{J_2} - \frac{1}{3} I_1 \sin\varphi - c \cos\varphi = 0 \quad (2)$$

式中: θ_σ 为洛德角; I_1 、 J_2 分别为应力张量的第一不变量和应力偏张量的第二不变量。

Drucker-Prager (以下简称 D-P) 屈服准则在三维主应力空间中的屈服面为光滑的圆锥体,在 π 平面上的投影为圆形,求导处光滑连续。目前国际上流行的大型有限元软件,如 ANSYS 和 MARC 等均采用了这一准则,表达为

$$\sqrt{J_2} = \alpha I_1 + k \quad (3)$$

式中: α 、 k 为与 c 、 φ 有关的常数。采用不同的屈服破坏准则将得到不同的边坡稳定安全系数,下面来进一步探讨不同类型的 D-P 屈服破坏准则。

2.1 DP1 模型

美国大型有限元软件 ANSYS 采用的是与 Mohr-Coulomb 屈服准则外角点外接的圆形 D-P 屈服准则 (称为 DP1 模型)。将三轴压缩状态的 $\theta_\sigma = -30^\circ$ 代入式 (2) 即可求出 DP1 模型,其对应的 α 和 k 的系数如表 1 所列。研究表明,不管是评价土坡的稳定性,还是地基极限承载力,DP1 模型给出了较大的安全系数和承载力,是偏于不安全的。

2.2 DP2 模型

采用与 Mohr-Coulomb 屈服准则内角点外接的圆形 D-P 屈服准则 (称为 DP2 模型)。将 $\theta_\sigma = 30^\circ$ 代入式 (2),即可求出 DP2 模型,其对应的 α 和 k 的系数见表 1。因在三轴伸长状态 ($\theta_\sigma = 30^\circ$) 下,岩土体发挥出的抗剪强度小于其平面应变状态下的强度,因此不管是评价土坡的稳定性,还是地基极限承载力,DP2 模型给出了二维状态下较为保守的安全系数和承载力。

表 1 各种 D-P 屈服准则的参数值
Table 1 Parameter values of different D-P yield criteria

名称	准则解释	参数	
		α	k
DP1	M-C 外角点	$\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$	$\frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$
	外接 D-P		
DP2	M-C 内角点	$\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin\varphi)}$	$\frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3+\sin\varphi)}$
	外接 D-P		
DP3	M-C 内切	$\frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$	$\frac{3c\cos\varphi}{\sqrt{3}\sqrt{3+\sin^2\varphi}}$
	D-P		
DP4	M-C 等面积	$\frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}$	$\frac{6\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}}$
	匹配的 D-P		

2.3 DP3 模型

采用与 Mohr-Coulomb 屈服准则内切的圆形 Drucker-Prager 屈服准则 (称为 DP3 模型)。将式 (2) 对 θ_σ 求导并令其等于 0, 求出 $\tan\theta_\sigma = \sin\varphi/\sqrt{3}$, 再将 θ_σ 代入式 (2) 即可求出 DP3 模型,其对应的 α 和 k 的系数见表 1。因在该洛德角状态下,岩土体将发挥出其最小的抗剪强度,不管是评价土坡的稳定性,还是地基极限承载力,DP3 模型均给出了最小的安全系数,明显偏于安全,不能充分发挥材料的承载潜力。

2.4 DP4 模型

在 π 平面上采用与 Mohr-Coulomb 屈服准则等面积的 D-P 屈服准则 (称为 DP4 模型),其中 α 和 k 的系数^[6]见表 1。

2.5 DP5 模型

Mohr-Coulomb 屈服准则没有考虑中间主应力 σ_{22} 对材料强度的贡献,是一个偏保守的强度屈服准则。Matsuoka-Nakai 屈服准则在三维主应力空间中是一个不规则的光滑外凸锥体,在 π 平面上的投影是一个外包 Mohr-Coulomb 屈服准则的光滑外凸封闭曲线。在三轴压缩状态 ($\sigma_{11} \geq \sigma_{22} = \sigma_{33}$, $\theta_\sigma = -30^\circ$) 和三轴伸长状态 ($\sigma_{11} = \sigma_{22} \geq \sigma_{33}$, $\theta_\sigma = 30^\circ$) 下, Matsuoka-Nakai 和 Mohr-Coulomb 两屈服准则给出的屈服强度预测值相重合。Matsuoka-Nakai 屈服准则考虑了中间主应力 σ_{22} 对材料强度的贡献,能给出岩土类材料合理的破坏强度预测,该屈服准则在 π 平面上的投影如图 1(a) 所示。对砂土, Matsuoka-Nakai 屈服准则^[7]可表达为

$$I_1 I_2 / I_3 = k_M \quad (4)$$

式中: I_2 、 I_3 分别为应力张量的第二、三不变量; k_M 为一个材料常数。

定义 $A = \sqrt{k_M^2 (k_M - 9) / (k_M - 3)^3}$, 式 (4) 的解析解^[8]为

$$\sqrt{J_2} = \frac{A(k_M - 3)I_1}{2\sqrt{3}k_M} g(\theta_\sigma) \quad (5)$$

$$g(\theta_\sigma) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\sin^{-1}(A\sin 3\theta_\sigma)\right)} \quad \left(-\frac{\pi}{6} \leq \theta_\sigma \leq \frac{\pi}{6}\right) \quad (6)$$

上二式中角隅函数 $g(\theta_\sigma)$ 的平均值表达式为

$$\bar{g}(\theta_\sigma) = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{g(\theta_\sigma)}{\pi/3} d\theta_\sigma = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\sin^{-1}(A\sin 3\theta_\sigma)\right)} d\theta_\sigma \quad (7)$$

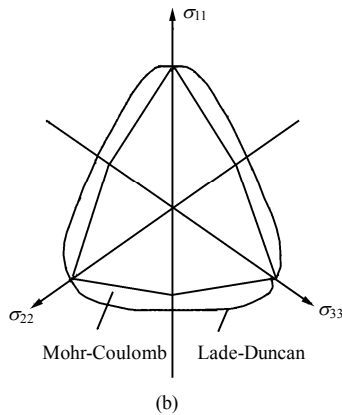
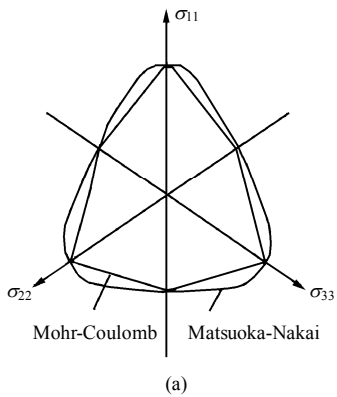


图1 Matsuoka-Nakai 和 Lade-Duncan 屈服准则在 π 平面上的投影

Fig.1 Projections of Matsuoka-Nakai and Lade-Duncan yield criteria on π planes

在 π 平面上采用与 Matsuoka-Nakai 屈服准则等面积的 D-P 屈服准则 (称为 DP5 模型), 于是有

$$\sqrt{J_2} = \frac{A(k_M - 3)I_1}{2\sqrt{3}k_M} \bar{g}(\theta_\sigma) \quad (8)$$

对黏聚力 $c \neq 0$ 的土体, 其 DP5 模型扩展为

$$\sqrt{J_2} = \frac{A(k_M - 3)}{2\sqrt{3}k_M} (I_1 + 3ccot\varphi_c) \bar{g}(\theta_\sigma) = \frac{A(k_M - 3)}{2\sqrt{3}k_M} \bar{g}(\theta_\sigma) I_1 + 3ccot\varphi_c \bar{g}(\theta_\sigma) \frac{A(k_M - 3)}{2\sqrt{3}k_M} \quad (9)$$

因 $q = \sqrt{3}J_2$ 和 $p = I_1/3$, 则式 (5) 进一步转化为

$$\frac{q}{p} = \frac{3}{2} A \frac{(k_M - 3)}{k_M} g(\theta_\sigma) \quad (10)$$

在三轴压缩状态 ($\sigma_{11} \geq \sigma_{22} = \sigma_{33}$, $\theta_\sigma = -30^\circ$) 下, 土体的屈服破坏方程表达为

$$\frac{q}{p} = M_c = \frac{6\sin\varphi_c}{3 - \sin\varphi_c} \quad (11)$$

式中: φ_c 为在三轴压缩状态 ($\sigma_{11} \geq \sigma_{22} = \sigma_{33}$, $\theta_\sigma = -30^\circ$) 下土体的内摩擦角。在三轴压缩状态下, 令式 (10)、(11) 相等得出

$$\frac{6\sin\varphi_c}{3 - \sin\varphi_c} = \frac{3}{2} A \frac{(k_M - 3)}{k_M} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\sin^{-1}A\right)} \quad (12)$$

所以, 通过常规三轴试验求出土体的内摩擦角 φ_c 与黏聚力 c , 然后由式 (12) 求出土体的 k_M 和 A 值, 进而可由式 (9) 求出土体的 DP5 模型。

2.6 DP6 模型

Lade-Duncan 屈服准则与 Matsuoka-Nakai 屈服准则一样, 能考虑中间主应力 σ_{22} 对材料强度的贡献, 且也能给出岩土类材料合理的屈服破坏强度预测。在三轴压缩状态下, Lade-Duncan 屈服准则和 Mohr-Coulomb 屈服准则给出的破坏强度值相吻合。但其在三轴伸长状态下, Lade-Duncan 屈服准则预测出的摩擦角 φ_c 大于其在三轴压缩状态下的摩擦角 φ_c 。Lade-Duncan 屈服准则在 π 平面上的投影如图 1(b)所示。对砂土, Lade 和 Duncan 提出的屈服破坏准则^[9]可表达为

$$I_1^3 / I_3 = k_L \quad (13)$$

式中: k_L 为一个材料常数。

令 $B = \sqrt{(k_L - 27)/k_L}$, 式(13)的解析解^[8]为

$$\sqrt{J_2} = \frac{BI_1}{2\sqrt{3}} g(\theta_\sigma) \quad (14)$$

$$g(\theta_\sigma) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\sin^{-1}(B\sin 3\theta_\sigma)\right)} \quad \left(-\frac{\pi}{6} \leq \theta_\sigma \leq \frac{\pi}{6}\right) \quad (15)$$

式(14)与式(15)中角隅函数的平均值表达为

$$\bar{g}(\theta_\sigma) = \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{g(\theta_\sigma)}{\pi/3} d\theta_\sigma = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}\sin^{-1}(B\sin 3\theta_\sigma)\right)} d\theta_\sigma \quad (16)$$

在 π 平面上采用与 Lade-Duncan 屈服准则等面积的 D-P 屈服准则 (称为 DP6 模型), 于是有

$$\sqrt{J_2} = \frac{BI_1}{2\sqrt{3}} \bar{g}(\theta_\sigma) \quad (17)$$

对黏聚力 $c \neq 0$ 的土体, 其 DP6 模型扩展为

$$\sqrt{J_2} = \frac{B}{2\sqrt{3}} (I_1 + 3ccot\varphi_c) \bar{g}(\theta_\sigma) = \frac{B}{2\sqrt{3}} \bar{g}(\theta_\sigma) I_1 + 3ccot\varphi_c \bar{g}(\theta_\sigma) \frac{B}{2\sqrt{3}} \quad (18)$$

同样, 式 (14) 进一步转化为

$$\frac{q}{p} = \frac{3}{2} Bg(\theta_\sigma) \quad (19)$$

于是在三轴压缩状态 ($\sigma_{11} \geq \sigma_{22} = \sigma_{33}$, $\theta_\sigma = -30^\circ$) 式 (20) 成立。

$$\frac{6\sin\varphi_c}{3-\sin\varphi_c} = \frac{3}{2} B \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\sin^{-1}B\right)} \quad (20)$$

所以, 通过常规三轴试验求出土体的内摩擦角 φ_c 与黏聚力 c , 然后, 由式 (20) 求出土体的 B 值, 进而可由式 (18) 求出土体的 DP6 模型。

3 各种等效面积 D-P 屈服准则的应用基础

3.1 边坡的二维问题

对二维的平面应变问题, 由于 $\varepsilon_{22} = 0$, 增大了土体中间主应力 σ_{22} 的大小, 提升了 I_1 值, 从而提高了土体的抗剪强度 $\sqrt{J_2}$ 值。通过设定合理的位移

边界条件及使用平面应变状态下的弹性模量和泊松比参数, 这一过程在有限元计算中会自动实现。

Santa Monica 河滩密砂的真三轴强度破坏试验结果^[10]表明, 其 $\varepsilon_{22} = 0$ 对应的洛德角 $\theta_\sigma = -16^\circ$ 左右。Monterey No.0 密砂 ($e=0.57$) 的真三轴破坏试验结果^[11]表明, 其 $\varepsilon_{22} = 0$ 对应的 $\theta_\sigma = -10.47^\circ$, 而 Monterey No.0 松砂 ($e=0.78$) 的 $\varepsilon_{22} = 0$ 对应的 $\theta_\sigma = -6.59^\circ$ ^[11]。重塑 Grundite 黏土^[12]和 Edgar 塑性高岭土^[13]的真三轴强度破坏试验结果均表明, 其 $\varepsilon_{22} = 0$ 对应的 $\theta_\sigma = -4^\circ$ 左右。对黏土和砂土材料, 可推知, $\varepsilon_{22} = 0$ 对应的强度破坏洛德角 $\theta_\sigma = -20 \sim 0^\circ$ 之间, 黏土和砂土的内摩擦角愈小, 则在平面应变条件下其对应的强度破坏洛德角愈靠近 0° 。

依据表 2 中 Monterey No.0 密砂 ($e=0.57$) 的真三轴强度破坏实验结果^[11], 得出不同的 D-P 屈服准则为 DP2: $\sqrt{J_2} = 0.232 6I_1$; DP4: $\sqrt{J_2} = 0.273 7I_1$; DP5: $\sqrt{J_2} = 0.289 7I_1$; DP6: $\sqrt{J_2} = 0.308 6I_1$ 。依据上述不同的 D-P 屈服准则计算出的预测值与实测值之间的对比见表 2。

依据表 3 Monterey No.0 松砂 ($e=0.78$) 的真三轴强度破坏实验结果^[11], 得出不同的 Drucker-Prager 屈服准则, 即 DP2: $\sqrt{J_2} = 0.199 1I_1$; DP4: $\sqrt{J_2} = 0.223 7I_1$; DP5: $\sqrt{J_2} = 0.243 2I_1$; DP6: $\sqrt{J_2} = 0.256 8I_1$ 。依据上述不同的 D-P 屈服准则计算出的预测值与实测值之间的对比见表 3。

注意, 在表 2、3 中已知岩土类材料的真三轴强度破坏实验数据 ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$), 实验测出的砂土抗剪强度 $\sqrt{J_{2m}}$ 表达为式 (21)。

表 2 Monterey No.0 密砂真三轴强度破坏实验结果与各种 D-P 屈服准则预测值的比较

Table 2 Comparison prediction values of D-P criteria with true triaxial strength failure values of Monterey No. 0 dense sand

$\sigma_{33}, \sigma_{22}, \sigma_{11}$ /kPa	$I_1/3$ /kPa	θ_σ /($^\circ$)	φ_m /($^\circ$)	$\sqrt{J_{2m}}$ /kPa	$\sqrt{J_2}$ /kPa			
					DP2	DP4	DP5	DP6
58.8, 58.8, 424.7	180.77	-30.00	49.18	211.24	126.14	148.45	157.11	167.36
58.8, 144.6, 630.5	277.97	-22.01	56.04	308.30	193.97	228.28	241.58	257.34
58.8, 365.9, 672.9	365.87	0.00	57.07	307.07	255.30	300.46	317.98	338.72

表 3 Monterey No.0 松砂真三轴强度破坏实验结果与各种 D-P 屈服准则预测值的比较

Table 3 Comparison prediction values of D-P criteria with true triaxial strength failure values of Monterey No. 0 loose sand

$\sigma_{33}, \sigma_{22}, \sigma_{11}$ /kPa	$I_1/3$ /kPa	θ_σ /($^\circ$)	φ_m /($^\circ$)	$\sqrt{J_{2m}}$ /kPa	$\sqrt{J_2}$ /kPa			
					DP2	DP4	DP5	DP6
58.8, 58.8, 254.8	124.13	-30.00	38.68	113.16	74.14	83.29	89.75	95.63
58.8, 105.2, 290.7	151.57	-19.11	41.57	122.73	90.53	101.70	109.59	116.77
58.8, 208.7, 308.7	192.07	6.590	42.84	125.78	114.72	128.88	138.87	147.97

$$\sqrt{J_{2m}} = \frac{1}{\sqrt{6}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

根据 Mohr-Coulomb 破坏准则, 实验测出砂土

类材料的内摩擦角 φ_m 表达为

$$\sin\varphi_m = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33}}{\sigma_{11} + \sigma_{33}} \quad (22)$$

据表 2、3 计算结果可知,对于密砂和松砂,在平面应变条件下 DP2、DP4 模型均给出了偏于保守的强度预测,给出边坡较小的安全系数,相对而言,DP4 模型的强度预测要好于 DP2 模型。对于密砂,DP5 和 DP6 两模型预测出砂土真实破坏强度的洛德角在 $-22.1^{\circ} \sim 0^{\circ}$ 之间,偏向于 0° 一边,较接近于其平面应变破坏状态的洛德角 $\theta_{\sigma} = -10.47^{\circ}$ 。而对松砂,DP5 和 DP6 两模型预测出砂土真实破坏强度的洛德角在 $-19.11^{\circ} \sim 0^{\circ}$ 之间,侧重于 0° 一边,也较接近于平面应变破坏状态 $\theta_{\sigma} = -6.59^{\circ}$ 。

由于土坡的内摩擦角不大,所以有可能 DP4、DP5 和 DP6 等模型都不同程度地近似模拟了平面应变条件下土体的破坏强度,这就是为什么等效面积的 D-P 屈服准则在土坡稳定分析中被推广应用的原因。相对而言,DP5 和 DP6 两模型更接近平面应变破坏状态,求出的土坡安全系数会更真实一些,能更好地发挥材料的承载潜力。

3.2 边坡的三维问题

坡顶面存在有局部超载的边坡,三维稳定虽然不再属于平面应变条件下土坡稳定问题,但它类似于地基的承载力问题,坡顶局部超载下的欲滑动土体存在 3 个区域,即三轴压缩区域、过渡区域和三轴伸长区域,所以综合在一起考虑,采用等面积的 DP4、DP5 和 DP6 等模型可能会给出土坡较为合理的安全系数预测。

4 流动法则的选用

在 ANSYS 分析中,对于 D-P 屈服准则,需要输入材料的 c 、 φ 和 ψ 参数,其中 ψ 为材料的剪胀角。对 D-P 屈服准则,本文选用具有不同剪胀角的塑性势,以探讨不同的剪胀角对土坡稳定安全系数的影响。

5 有限元计算中边坡破坏的判据

在强度折减的弹塑性有限元边坡稳定分析中,可采用特征部位位移的突变性、数值计算中荷载的不收敛性和塑性区域的贯通性等综合分析方法来研究土坡的失稳机制,估算土坡的稳定安全系数。

6 算例

边坡高 $H=6\text{ m}$,坡角 $\beta=45^{\circ}$;土体重度 $\gamma=20\text{ kN/m}^3$,黏聚力 $c=20\text{ kPa}$,三轴压缩状态的摩擦角 $\varphi_c=20^{\circ}$;坡顶分布着均布无限超载 $q=100\text{ kPa}$,超载的宽 $B=2\text{ m}$,超载离坡顶边缘的水平距离 $b=1\text{ m}$ 。求二维边坡问题的 F_s 值。

对该土体,不同的 D-P 屈服准则(式(23)中 $\sqrt{J_2}$ 的单位均为 kPa) 表达式为

$$\left. \begin{aligned} \text{DP1 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.148\ 6I_1 + 24.494\ 4 \\ \text{DP2 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.118\ 2I_1 + 19.481\ 0 \\ \text{DP3 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.111\ 9I_1 + 18.437\ 8 \\ \text{DP4 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.120\ 5I_1 + 19.864\ 2 \\ \text{DP5 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.133\ 4I_1 + 21.993\ 7 \\ \text{DP6 模型: } \sqrt{J_2} &= 0.138\ 6I_1 + 22.851\ 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

依据上述的 D-P 模型,由 ANSYS 算出二维边坡问题的安全系数 F_s 值见表 4。

对 DP5 模型,由 ANSYS 算出二维边坡问题的滑动面如图 2 所示。其他 D-P 模型算出的滑动面形状与图 2 相类似,这里不重复列出。

表 4 各种 D-P 屈服准则对应的二维边坡问题的安全系数
Table 4 Two dimensional slope safety factors for different Drucker-Prager yield criteria

屈服 准则	准则解释	不同剪胀角 $\psi (^{\circ})$ 时安全系数 F_s				
		0	5	10	15	20
DP1	M-C 外角点外接 D-P	1.460	1.493	1.500	1.505	1.500
DP2	M-C 内角点外接 D-P	1.163	1.190	1.195	1.199	1.195
DP3	M-C 内切 D-P	1.102	1.128	1.133	1.136	1.133
DP4	M-C 等面积匹配的 D-P	1.186	1.213	1.218	1.222	1.218
DP5	M-N 等面积匹配的 D-P	1.311	1.341	1.347	1.351	1.347
DP6	L-D 等面积匹配的 D-P	1.362	1.393	1.399	1.403	1.399
Bishop	传统极限平衡方法	1.144	1.144	1.144	1.144	1.144
Mohr-Coulomb						

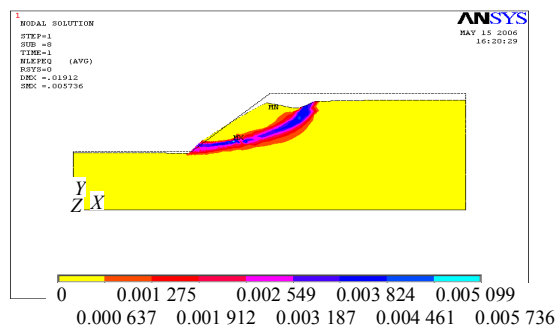


图 2 $\psi=0^{\circ}$ 时二维边坡问题的滑动面
Fig.2 Sliding failure surface of two dimensional slope for $\psi=0^{\circ}$

7 结 论

(1) 本文论述了各种等效面积 D-P 屈服准则的应用基础,指出 DP4、DP5 和 DP6 等模型都不同程度地近似模拟了平面应变条件下土体的破坏强度,这就是为什么等效面积的 D-P 屈服准则在土坡稳定分析中被推广应用的原因。结合砂土的真三轴强度破坏试验结果进一步指出,由于没有考虑中间

主应力 σ_{22} 对土体抗剪强度的贡献, DP4 模型求出的土坡安全系数偏于保守一些; 而 DP5 和 DP6 两模型求出的土坡安全系数可能会更加真实, 能更好地发挥材料的承载潜力。表 4 的计算结果也反映了这一趋势。

(2) 从图 2 可以看出, 对坡顶有超载的情况, 边坡的渐进破坏描述为: 剪切破坏首先从坡顶与坡脚开始, 然后从两头逐步向边坡中部区域贯通汇合, 最终导致边坡的整体滑动失稳破坏。

(3) 由表 4 见, 对开放系统的边坡稳定分析, 剪胀角对边坡安全系数的影响较小, 为简化计算和偏安全起见, 可取剪胀角等于 0° 进行边坡稳定分析计算。从表 4 还可以看出, 用有限元强度折减法算出来的安全系数要比简化毕肖普法要偏大一些

(DP3 除外), 其主要原因是: 简化毕肖普法没有考虑土体的应力与应变关系, 传统的极限平衡法刚化了坡体结构, 从而使得计算得到的安全系数偏低。

参考文献

- [1] 郑颖人, 赵尚毅, 宋雅坤. 有限元强度折减法研究进展[J]. 后勤工程学院学报, 2005, (3): 1—6.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, SONG Ya-kun. Advance of study on the strength reduction finite element method[J]. **Journal of Logistics Engineering University**, 2005, (3): 1—6.
- [2] 郑颖人, 赵尚毅, 孔位学, 等. 极限分析有限元法讲座——I 岩土工程极限分析有限元法[J]. 岩土力学, 2005, 25(1): 163—168.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, KONG Wei-xue, et al. Geotechnical engineering limit analysis using finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 25(1): 163—168.
- [3] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 25(2): 332—336.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 25(2): 332—336.
- [4] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(3): 387—403.
- [5] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 323—328.
ZHENG Hong, LI Chun-guang, LI Zhuo-fen. Searching for safety factor by using finite element method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(5): 323—328.
- [6] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [7] MATSUOKA H. On the significance of the “spatial mobilized plane”[J]. **Soils and Foundations**, 1976, 16(1): 91—100.
- [8] 杨雪强, 朱志政, 何世秀, 等. 对 Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai 和 Ottosen 等破坏准则的认识[J]. 岩土工程学报, 2006, 28 (3): 337—342.
YANG Xue-qiang, ZHU Zhi-zheng, HE Shi-xiu, et al. Researches on failure criteria of Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai and Ottosen[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(3): 337—342.
- [9] LADE P V, DUNCAN J M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1975, 101(10): 1037—1053.
- [10] WANG Q, LADE P V. Shear banding in true triaxial tests and its effect failure in sand[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2001, 127(8): 754—761.
- [11] LADE P V, DUNCAN J M. Cubical triaxial tests on cohesionless soil[J]. **Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1973, 99(10): 793—812.
- [12] LADE P V, DUNCAN J M. Three-dimensional behavior of remolded clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1978, 104 (2): 193—209.
- [13] LADE P V. Single-hardening model with application to NC clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1990, 116(3): 395—414.